

ΕΝΟΤΗΤΑ 5



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 25

Δεκαδικά Κλάσματα - Δεκαδικοί Αριθμοί



ΟΛΑ ΟΣΑ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΞΕΡΕΙΣ ΓΙΑ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ

Πως μπορούμε
να χωρίσουμε
την μονάδα;

- Η ακέραια μονάδα μπορεί να χωριστεί σε 10, 100, 1.000 κλπ. ίσα μέρη.
- Εάν χωρίσουμε την μονάδα σε 10 ίσα μέρη, κάθε ένα μέρος αποτελεί ένα **δέκατο**.
- Εάν χωρίσουμε την μονάδα σε 100 ίσα μέρη, κάθε ένα μέρος αποτελεί το ένα **εκατοστό**.
- Εάν χωρίσουμε την μονάδα σε 1.000 ίσα μέρη, κάθε ένα μέρος αποτελεί το ένα **χιλιοστό**.

- **1 = 10 δεκ. = 100 εκ. = 1.000 χιλ.**

Πως μπορούμε να γράψουμε τα δέκατα, τα εκατοστά και τα χιλιοστά;	Τα δέκατα, τα εκατοστά και τα χιλιοστά της μονάδας μπορούμε να τα γράψουμε με κλάσμα ή δεκαδικό αριθμό.	- Ένα Δέκατο: $\frac{1}{10} = 0,1$ - Ένα Εκατοστό: $\frac{1}{100} = 0,01$ - Ένα Χιλιοστό: $\frac{1}{1.000} = 0,001$
Πως αλλιώς μπορούμε να γράψουμε τα δεκαδικά κλάσματα;	Τα κλάσματα που έχουν παρονομαστή το 10, 100, 1.000 κ.λπ. ονομάζονται δεκαδικά κλάσματα και μπορούν να γραφτούν και με τη μορφή δεκαδικών αριθμών και το αντίστροφο.	$\frac{1}{10} = 0,1$ $\frac{2}{100} = 0,02$ $\frac{5}{1.000} = 0,005$ $1,5 = \frac{15}{10}$ $0,35 = \frac{35}{100}$ $7,345 = \frac{7.345}{1.000}$
Πως γράφουμε τους δεκαδικούς αριθμούς;	Οι δεκαδικοί αριθμοί έχουν δύο μέρη, ένα ακέραιο και ένα δεκαδικό, που χωρίζονται με υποδιαστολή.	
Τι δείχνει το κάθε μέρος ενός δεκαδικού;	- Το ακέραιο μέρος δείχνει τις ακέραιες μονάδες. - Το δεκαδικό μέρος δείχνει τα μέρη της ακέραιης μονάδας.	

Πόσα μπορεί να είναι τα ψηφία στο δεκαδικό μέρος;	Στο δεκαδικό μέρος τα ψηφία είναι: 1 αν έχω χωρίσει την ακέραιη μονάδα σε 10 ίσα μέρη, 2 αν την έχω χωρίσει σε 100, 3 αν την έχω χωρίσει σε 1.000 κ.λπ.	- Ο αριθμός 0,3 έχει ένα ψηφίο στο δεκαδικό μέρος, άρα έχουμε χωρίσει την ακέραια μονάδα σε 10 ίσα μέρη. - Ο 0,45 έχει δύο, εφόσον έχουμε χωρίσει την ακέραια μονάδα σε 100 ίσα μέρη. - Ο 0,458 έχει τρία, εφόσον έχουμε χωρίσει την ακέραια μονάδα σε 1.000 ίσα μέρη.
Πως αλλιώς μπορεί να γραφτεί ένας δεκαδικός αριθμός;	Ο δεκαδικός αριθμός μπορεί να γραφτεί και με τη μορφή μεικτού αριθμού.	$38,57 = \frac{3.857}{100}$ $38,57 = 38 + 0,57 = 38\frac{57}{100}$

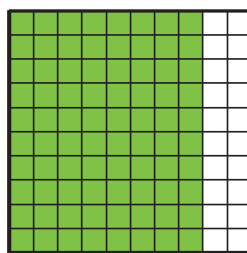


ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ 1



Στον Ο Σύλλογος Γονέων και Κηδεμόνων ενός Δημοτικού Σχολείου έβαψε με πράσινο χρώμα μέρος ενός τοίχου του σχολείου.

α. Αναπαριστάνουμε με ένα τετράγωνο τον τοίχο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Παρατηρώ τα δεδομένα που μου δίνονται και τα επεξεργάζομαι	Εάν παρατηρήσω το τετράγωνο που αναπαριστά τον τοίχο του σχολείου, βλέπω ότι συνολικά υπάρχουν 100 τετραγωνάκια, από τα οποία είναι χρωματισμένα τα 80, δηλαδή τα ογδόντα εκατοστά: $\frac{80}{100}$.
Πως μπορώ να γράψω με διαφορετικό τρόπο τον αριθμό που βρήκα;	Μπορώ να γράψω διαφορετικά τα $\frac{80}{100}$ με τους εξής τρόπους: - Σαν κλάσμα: $\frac{8}{10} = \frac{80}{100} = \frac{800}{1.00}$ - Σαν δεκαδικό: 0,8 ή 0,80 ή 0,800

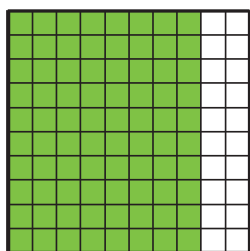
α. Εκφράζουμε το μέρος της επιφάνειας του τοίχου που καλύφθηκε με πράσινο χρώμα με:

δεκαδικό κλάσμα: $\frac{\square}{10}$ ή $\frac{\square}{\square}$

δεκαδικό αριθμό: ή

Σκέφτομαι:

Το σχήμα :



Μπορεί να γραφεί σαν αριθμός ως: $\frac{8}{10}$, $\frac{80}{100}$, 0,8 ή 0,80.

Απάντηση:

δεκαδικό κλάσμα: $\frac{8}{10}$ ή $\frac{80}{100}$

δεκαδικό αριθμό: 0,8... ή 0,80..



β. Παρατηρούμε με τον μεγεθυντικό φακό το τετράγωνο που αναπαριστάνει τον τοίχο. Κάθε τετραγωνάκι του είναι χωρισμένο σε ίσα μέρη και επομένως η ακέραιη μονάδα είναι χωρισμένη σε ίσα μέρη. Εκφράζουμε το μέρος της επιφάνειας του τοίχου που καλύφθηκε με πράσινο χρώμα με:

Το αρχικό τετράγωνο είναι η ακέραιη μονάδα.

δεκαδικό κλάσμα: $\frac{\dots\dots\dots}{1.000}$

δεκαδικό αριθμό:



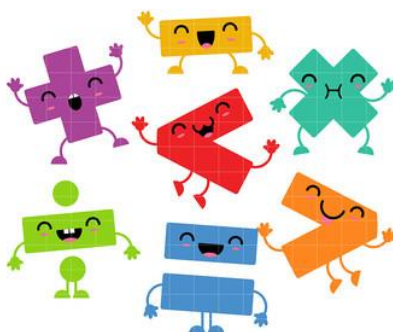
Σκέφτομαι:

Το δεκαδικό κλάσμα του παραπάνω αριθμού με παρονομαστή το 1.000 είναι το $\frac{800}{1.000}$, ενώ ο αντίστοιχος δεκαδικός αριθμός είναι ο 0,800.

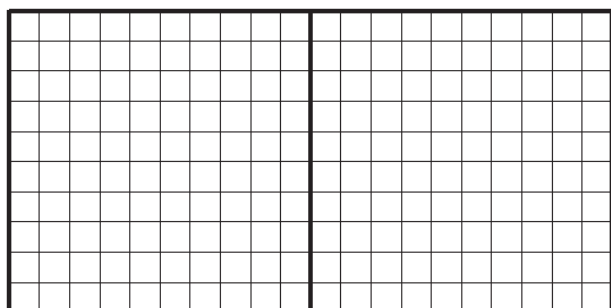
Απάντηση:

δεκαδικό κλάσμα: $\frac{800}{1.000}$

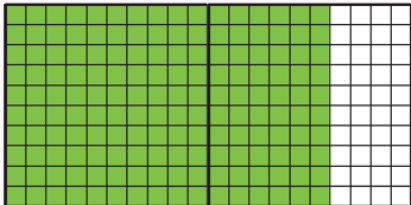
δεκαδικό αριθμό: ...**0,800**...



ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ 2



Ο Σύλλογος Γονέων και Κηδεμόνων στη συνέχεια χρωμάτισε τη διπλάσια επιφάνεια.

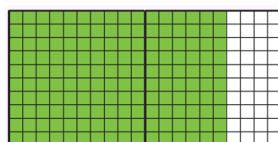
Παρατηρώ τα δεδομένα που μου δίνονται και τα επεξεργάζομαι	- Στην προηγούμενη διερεύνηση, τα χρωματισμένα κουτάκια ήταν τα 80 από τα 100. - Αν ο Σύλλογος Γονέων και Κηδεμόνων χρωματίσει τα διπλάσια τετραγωνάκια, τότε τα χρωματισμένα θα είναι $80 + 80 = 160$ ή $\frac{160}{100}$. Για να μπορέσουμε να αναπαραστήσουμε τον παραπάνω αριθμό, θα χρησιμοποιήσουμε ακόμη ένα τετράγωνο, ωστόσο το σύνολο παραμένει το 100: 
Πως μπορώ να γράψω με διαφορετικό τρόπο τον αριθμό που βρήκα;	Μπορώ να γράψω διαφορετικά τα $\frac{160}{100}$ με τους εξής τρόπους: - Σαν κλάσμα: $\frac{160}{100} = \frac{16}{10} = \frac{1.600}{1.000}$ - Σαν δεκαδικό: 1,6 ή 1,60 ή 1,600 - Σαν μεικτό: $1 + 0,6 = 1\frac{6}{10}$

α. Χρωματίζουμε το μέρος της επιφάνειας του τοίχου που καλύφθηκε με πράσινο χρώμα και το εκφράζουμε με:

δεκαδικό κλάσμα	δεκαδικό αριθμό
$\frac{\dots}{\dots}$ ή $\frac{\dots}{\dots}$ ή $\frac{\dots}{\dots}$	 ή ή

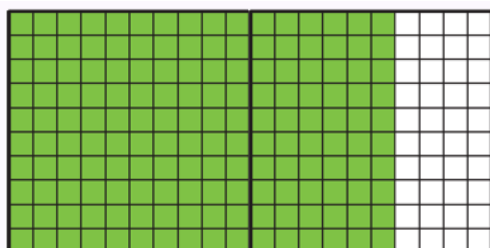


Η διπλάσια επιφάνεια από την χρωματισμένη είναι 160 κουτάκια. Για να τα χρωματίσουμε, θα χρειαστούμε την βοήθεια ενός ακόμη τετραγώνου:



- Μπορούμε να γράψουμε τον παραπάνω αριθμό σαν κλάσμα: $\frac{160}{100} = \frac{16}{10} = \frac{1.600}{1.000}$ και σαν δεκαδικό: 1,6 ή 1,60 ή 1,600.

Απάντηση:



δεκαδικό κλάσμα	δεκαδικό αριθμό
$\frac{16}{10}$ ή $\frac{160}{100}$ ή $\frac{1.600}{1.000}$	1,6 ή 1,60 ή 1,600

β. Εκφράζουμε τα παραπάνω δεκαδικά κλάσματα και δεκαδικούς αριθμούς με μεικτό αριθμό:

.....

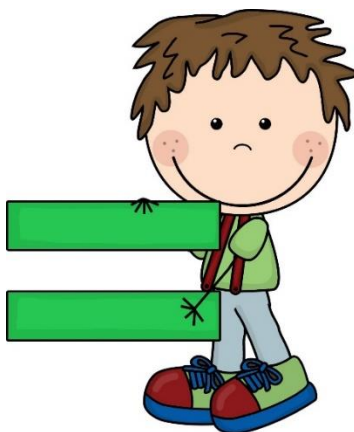
Σκέφτομαι:

Μπορώ να εκφράσω τα παραπάνω δεκαδικά κλάσματα σαν μεικτό: $1 + 0,6 = 1\frac{6}{10}$.

Απάντηση:

Εκφράζουμε τα παραπάνω δεκαδικά κλάσματα και δεκαδικούς αριθμούς με μεικτό αριθμό:

..... $1\frac{6}{10}$



γ. Τοποθετούμε τους αριθμούς $\frac{16}{10}$, $\frac{8}{10}$, 0,8 και 1,6 στην αριθμογραμμή.



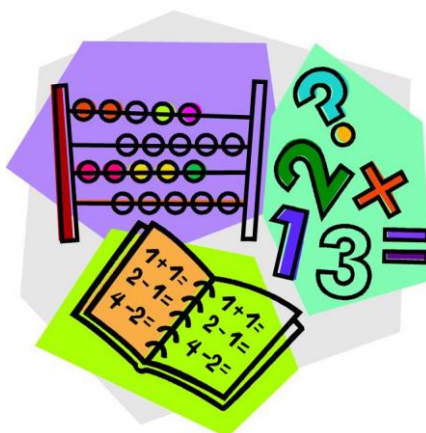
Σκέφτομαι:

Θα είναι πιο εύκολο να τοποθετήσουμε όλους τους αριθμούς στην αριθμογραμμή, εάν μετατρέψουμε τα κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς:

$$\frac{16}{10} = 1,6 \text{ και } \frac{8}{10} = 0,8$$

Άρα, η σειρά των αριθμών είναι: $0,8 = \frac{8}{10} < 1,6 = \frac{16}{10}$.

Απάντηση:



Συζητάμε τον τρόπο με τον οποίο μετατρέπουμε τα δεκαδικά κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς και το αντίστροφο.:

Απάντηση:

Τα δεκαδικά κλάσματα είναι αυτά που έχουν παρονομαστή το 10, 100, 1.000 κ.λπ. και μπορούν να γραφτούν και με τη μορφή δεκαδικών αριθμών και το αντίστροφο. Για παράδειγμα:

- $\frac{1}{10} = 0,1$
- $\frac{2}{100} = 0,02$
- $\frac{5}{1.000} = 0,005$
- $1,5 = \frac{15}{10}$
- $0,35 = \frac{35}{100}$
- $7,345 = \frac{7.345}{1.000}$





ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Εφαρμογή 1

Να μετατρέψετε τα κλάσματα $\frac{3}{20}$ και $\frac{14}{5}$ σε δεκαδικούς αριθμούς.

Μετατρέπουμε σε ισοδύναμα δεκαδικά κλάσματα και έπειτα σε δεκαδικούς αριθμούς.

α. $\frac{3}{20} = \frac{3 \times 5}{20 \times 5} = \frac{15}{100}$. Επομένως $\frac{3}{20} = \frac{15}{100} = \dots\dots\dots$

β. $\frac{14}{5} = \frac{14 \times 2}{5 \times 2} = \frac{28}{10} = \frac{20}{10} + \frac{8}{10} = 2 \frac{8}{10} = 2,8$ ή $\frac{14}{5} = \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{4}{5} = 2 \frac{4}{5} = 2 \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = 2 \frac{8}{10} = \dots\dots\dots$

 Πως θα σκεφτώ για να απαντήσω στην εφαρμογή;

Τι μας ζητάει να βρούμε αυτήν η εφαρμογή;

➡ Αρχικά, θα μετατρέψουμε τα δύο πρώτα κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς. Έπειτα, θα μετατρέψουμε τα υπόλοιπα κλάσματα της εφαρμογής σε ισοδύναμα κλάσματα και μετά σε δεκαδικούς αριθμούς.

Πως θα μετατρέψω τα κλάσματα σε ισοδύναμα κλάσματα και δεκαδικούς αριθμούς;

➡ Για να μετατρέψουμε τα κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς, θα πρέπει να κάνουμε την διαίρεση που μας υποδεικνύει το κλάσμα (να διαιρέσουμε τον αριθμητή με τον παρονομαστή) και να γράψουμε το αποτέλεσμα με την μορφή δεκαδικού αριθμού, δηλαδή **ακέραιο μέρος, υποδιαστολή και δεκαδικό μέρος**.

➡ Για να βρούμε τα ισοδύναμα των παραπάνω κλασμάτων, θα πρέπει να θυμηθούμε ότι αν **πολλαπλασιάσουμε ή διαιρέσουμε** τον αριθμητή και τον παρονομαστή ενός κλάσματος με τον **ίδιο αριθμό**, προκύπτει κλάσμα **ισοδύναμο** με το αρχικό.

Εδώ, η εφαρμογή έχει συμπληρωμένα τα ισοδύναμα κλάσματα για το α. και β., επομένως εμείς θα συμπληρώσουμε τον δεκαδικό αριθμό που μας ζητάει.

Επομένως:

➡ Για το κλάσμα $\frac{3}{20}$, έχουμε:

$$3 : 20 = \mathbf{0,15}$$

➡ Για το κλάσμα $\frac{14}{5}$, έχουμε:

$$14 : 5 = \mathbf{2,8}$$

➡ Για το **α.** θα έχουμε:

$$\frac{3}{20} = \frac{3 \times 5}{20 \times 5} = \frac{15}{100}. \quad \text{Επομένως } \frac{3}{20} = \frac{15}{100} = \mathbf{0,15}$$

➡ Για το **β.** θα έχουμε:

$$\frac{14}{5} = \frac{14 \times 2}{5 \times 2} = \frac{28}{10} = \frac{20}{10} + \frac{8}{10} = 2 \frac{8}{10} = 2,8$$

ή

$$\frac{14}{5} = \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{4}{5} = 2 \frac{4}{5} = 2 \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = 2 \frac{8}{10} = \mathbf{2,8}$$

Απάντηση

α. Επομένως $\frac{3}{20} = \frac{15}{100} = \underline{\underline{0,15}}$

β. $\frac{14}{5} = \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{4}{5} = 2\frac{4}{5} = 2\frac{4 \times 2}{5 \times 2} = 2\frac{8}{10} = \underline{\underline{2,8}}$



Εφαρμογή 2

Να μετατρέψετε τους δεκαδικούς αριθμούς 0,8 και 1,45 σε κλάσματα ή μεικτούς.

Μετατρέπουμε τους δεκαδικούς αριθμούς σε δεκαδικά κλάσματα και έπειτα τα δεκαδικά κλάσματα σε ισοδύναμα ανάγωγα κλάσματα.

α. $0,8 = \frac{8}{10} = \frac{8:2}{10:2} = \underline{\quad}$. β. $1,45 = \frac{145}{100} = \frac{100}{100} + \frac{45}{100} = 1 + \frac{45}{100} = 1 + \frac{45:5}{100:5} = 1\frac{9}{20}$ ή $\underline{\quad}$

 **Πως θα σκεφτώ για να απαντήσω στην εφαρμογή;**

Τι μας ζητάει να βρούμε αυτήν η εφαρμογή;

➡ Αρχικά, θα μετατρέψουμε τους δύο πρώτους δεκαδικούς αριθμούς σε δεκαδικά κλάσματα ή μεικτούς αριθμούς, και έπειτα τους υπόλοιπους δεκαδικούς αριθμούς σε δεκαδικά κλάσματα και ισοδύναμα ανάγωγα κλάσματα.

Πως θα μετατρέψω τους δεκαδικούς αριθμούς σε δεκαδικά κλάσματα και τα κλάσματα σε ισοδύναμα ανάγωγα;

➡ Για να μετατρέψουμε τους αριθμούς σε δεκαδικά κλάσματα, θα πρέπει να τους πολλαπλασιάσουμε με τον κατάλληλο αριθμό (10, 100, 1.000 κλπ.), έτσι ώστε το κλάσμα που θα προκύψει να έχει αριθμητή έναν ακέραιο αριθμό και παρονομαστή να είναι 10 ή 100 ή 1.000 κλπ.

➡ Για τα ανάγωγα κλάσματα, θα πρέπει να βρούμε τα κλάσματα των οποίων οι όροι να μην απλοποιούνται περισσότερο.

Η εφαρμογή μας δίνει τον αριθμό με τον οποίο θα πρέπει να διαιρέσουμε αριθμητή και παρονομαστή για να καταλήξουμε σε ανάγωγο κλάσμα, επομένως εμείς θα συμπληρώσουμε το αποτέλεσμα.

Επομένως:

➡ Για το 0,8 ως κλάσμα, έχουμε:

$$0,8 = \frac{8}{10}$$

➡ Για το 1,45 ως κλάσμα και ως μεικτό αριθμό, έχουμε:

$$1,45 = \frac{145}{100} = 1 + 0,45 = 1\frac{45}{100}$$

➡ Για το **α.** θα έχουμε:

$$0,8 = \frac{8}{10} = \frac{8 : 2}{10 : 2} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}.$$

➡ Για το **β.**, θα πρέπει να συμπληρώσουμε στο τέλος ένα κλάσμα, που προκύπτει από τον μεικτό αριθμό:

$$1\frac{9}{20} = \frac{20}{20} + \frac{9}{20} = \frac{29}{20}$$

Άρα:

$$1,45 = \frac{145}{100} = \frac{100}{100} + \frac{45}{100} = 1 + \frac{45}{100} = 1 + \frac{45 : 5}{100 : 5} = 1\frac{9}{20} \text{ ή } \frac{\mathbf{29}}{\mathbf{20}}$$

Απάντηση

$$\mathbf{α.} \ 0,8 = \frac{8}{10} = \frac{8 : 2}{10 : 2} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}.$$

$$\mathbf{β.} \ 1,45 = \frac{145}{100} = \frac{100}{100} + \frac{45}{100} = 1 + \frac{45}{100} = 1 + \frac{45 : 5}{100 : 5} = 1\frac{9}{20} \text{ ή } \frac{\mathbf{29}}{\mathbf{20}}$$





Παράδειγμα 1°

Σε έναν δεκαδικό αριθμό μικρότερο της ακέραιης μονάδας, ποιο είναι το ακέραιο μέρος;



Πως θα σκεφτώ για να λύσω το παράδειγμα;

Τι μας ζητάει να βρούμε αυτό το παράδειγμα;

➡ Θα πρέπει να βρούμε ποιος αριθμός είναι το ακέραιο μέρος ενός δεκαδικού μικρότερου της μονάδας.

Πως θα βρούμε τον αριθμό;

➡ Θα πρέπει να σκεφτούμε έναν δεκαδικό αριθμό μικρότερο της μονάδας και να παρατηρήσουμε το ακέραιο του μέρος.

Επομένως;

➡ Ένας δεκαδικός αριθμός μικρότερος της μονάδας είναι, για παράδειγμα, ο **0,5**.

Ο 0,5 είναι δεκαδικός αριθμός, καθώς αποτελείται από το ακέραιο, την υποδιαστολή και το δεκαδικό μέρος:



Παρατηρούμε ότι το ακέραιο μέρος είναι το **0**.

Απάντηση

Το ακέραιο μέρος είναι το 0.



Παράδειγμα 2°

Πώς μπορούμε να γράψουμε έναν φυσικό αριθμό με τη μορφή δεκαδικού αριθμού;



Πως θα σκεφτώ για να λύσω το παράδειγμα;

Τι μας ζητάει να βρούμε αυτό το παράδειγμα;

➡ Θα πρέπει να βρούμε έναν τρόπο με τον οποίο να γράψουμε έναν φυσικό αριθμό με την μορφή δεκαδικού αριθμού.

Πως θα γράψουμε έναν τέτοιο φυσικό αριθμό;

➡ Οι φυσικοί αριθμοί είναι ακέραιοι αριθμοί, δηλαδή δεν έχουν δεκαδικό μέρος.

➡ Αν όμως προσπαθήσουμε να γράψουμε έναν τέτοιο αριθμό με το ακέραιο, την υποδιαστολή και το δεκαδικό μέρος, τότε θα έχει την μορφή ενός δεκαδικού αριθμού.

Επομένως:

➡ Για παράδειγμα, ένας φυσικός αριθμός είναι το 2. Για να το γράψουμε σαν δεκαδικό, θα βάλουμε σαν **ακέραιο μέρος το 2**, μετά την **υποδιαστολή** και το **0 στο δεκαδικό μέρος**, εφόσον το δεκαδικό μέρος ενός φυσικού αριθμού δεν έχει κάποιο ποσό.

Δηλαδή:

2,0

Απάντηση

Αν πάρουμε για παράδειγμα τον φυσικό αριθμό 2, τότε γράφεται 2,0 σαν δεκαδικός.



Παράδειγμα 3°

Πόσα δέκατα είναι ο δεκαδικός αριθμός 2,4; Πόσα εκατοστά είναι ο ίδιος αριθμός;

 **Πως θα σκεφτώ για να λύσω το παράδειγμα;**

Τι μας ζητάει να βρούμε αυτό το παράδειγμα;

➡ Θα πρέπει να μετατρέψουμε τον αριθμό 2,4 σε δέκατα και εκατοστά.

Πως θα βρούμε τα δέκατα και τα εκατοστά;

➡ Θα αναλύσουμε ξεχωριστά το 2 και το 4 και θα βρούμε πόσα δέκατα και εκατοστά είναι το κάθε ένα.

Επομένως:

➡ Το 1 είναι 10 δέκατα, άρα το 2 είναι 20 δέκατα.

Στο 0,4, το 4 είναι στην δέση των δεκάδων, δηλαδή είναι 4 δέκατα.

Άρα ο αριθμός 2,4 είναι $20 \text{ δέκατα} + 4 \text{ δέκατα} = \mathbf{24 \text{ δέκατα}}$.

➡ Αντίστοιχα, το 2 έχει 200 εκατοστά, ενώ το 0,4 (δηλαδή 0,40) είναι 40 εκατοστά.

Άρα, ο αριθμός 2,4 είναι $200 \text{ εκατοστά} + 40 \text{ εκατοστά} = \mathbf{240 \text{ εκατοστά}}$.

 **Απάντηση**

Ο αριθμός 2,4 είναι 24 δέκατα και 240 εκατοστά.

